Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
CI–2511 Lógica Simbólica
Sep–Dic 2007

Práctica Semana 6

1. Formalice los siguientes argumentos y pruebe, haciendo uso de los conceptos de la semántica formal de la Lógica Proposicional vistos en clase, la validez de los mismos.

   a) Juan llegará tarde a la reunión, a menos que el tren llegue a tiempo a la estación y existan taxis en la estación que lo traigan a la compañía. Es necesario para que el tren donde viene Juan llegue a tiempo a la estación, que salga a tiempo de la estación central. Es suficiente para que existan taxis en la estación, que los pasajeros del tren que viene de occidente lleguen tarde. El tren donde viene Juan salió a tiempo de la estación, mientras que el tren que viene de Occidente está retrasado. Por lo tanto, Juan llegará temprano a su reunión.

   b) O un gato o un perro peludo llegaron a la escena del crimen. Es suficiente para que al oficial Pérez le de un ataque de alergia, que un perro peludo se encuentre en la escena del crimen. Es necesario para que el Sr. Rodriguez sea el asesino, que un gato peludo se encuentre en la escena del crimen. Pero el oficial Pérez no tiene una alergia, asi que el Sr. Rodriguez tiene que ser el responsable del crimen.

   c) Si está lloviendo, Violeta llegará mojada a clase, a menos que tenga con ella su paraguas. Es necesario para que Violeta tengo su paraguas, que su hermano no lo haya agarrado del carro. Si el hermano de Violeta agarró el paraguas del carro, no se mojará en caso que llueva. Está lloviendo y el hermano de Violeta está mojado. En consecuencia, Violeta no llegó mojada a clase por haber tenido el paraguas con ella.

2. Usando el estilo de prueba abreviado para la implicación, demuestre los siguientes teoremas:

   a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg r \vee ((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)))$

   b) $p \Rightarrow (q \Rightarrow q \wedge p)$

   c) $(q \vee \neg p \equiv \neg p \vee r \equiv \neg p \vee \neg q \vee \neg r) \Rightarrow \neg((p \wedge q) \wedge r)$

   d) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$

   e) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$

3. Considere las siguientes expresiones:

   a) $(\neg q \Rightarrow \neg p) \otimes (p \oplus \neg q) \odot \neg p$

   b) $(p \Rightarrow (q \otimes r)) \oplus (q \odot (p \times r))$

   c) $(p \Rightarrow \neg p) \otimes \neg p$

   d) $p \Rightarrow (q \odot p \otimes q)$

   sustituya los símbolos $\oplus$, $\otimes$, $\odot$, $\times$ por conectores del lenguaje de las expresiones Booleanas de manera que los resultados de realizar la sustitución correspondan a teorema de la Lógica proposicional. Demuestre que cada expresión obtenida es un teorema.

4. Haciendo uso del método suponiendo el antecente, demuestre los siguientes teoremas:

   a) $(\neg q \Rightarrow p) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)$

   b) $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$

   c) $(p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \vee q \Rightarrow s \vee r)$

5. Haciendo uso del método de implicación mutua y prueba por casos, demuestre los siguientes teoremas:

    a) $(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

    b) $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

6. Haciendo uso del método de prueba por contradicción, demuestre los siguientes teoremas:

    a) $\neg(\neg(r \Rightarrow (q \vee p)) \not\equiv \neg(\neg(r \Rightarrow q) \Rightarrow p))$

    b) $\neg(\neg(q \Rightarrow p) \not\equiv p \vee q \not\equiv p)$

7. Haciendo uso del método de contrapositivo, demuestre el siguiente teorema:

    a) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$

8. Demuestre que la siguiente experesión es un teorema suponiendo el antecedente y contradiciendo el consecuente (método de reducción al absurdo)

    a) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow r))$